

தென்மராட்சிக் கல்வி வலயம்
இணைந்த கணிதம் - பயிற்சிப் பரீட்சை 01

க.பொ.த (உ/த) - 2019 நேரம் : 2.00 மணி

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடைதருக.

பகுதி-A

1. $f(x) = \frac{1}{x-2}$, $g(x) = \frac{2}{x}$ என்னும் சார்புகளைக் கருதி, $f[g(x)], g[f(x)]$ என்பவற்றைக் கண்டு அவற்றின் ஆட்சிகளை விபரிக்குக.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+4ax)^2 - (1-4ax)^2}{\sqrt{1+4a^2x} - \sqrt{1-4a^2x}} = 2$ எனின் a இன் பெறுமானம் யாது.

[Type text]

3. எல்லா $x \in Z^+$ இற்கும் $y = \frac{3x^2+6x+2}{x^2+2x}$ என்க.

$y = A + \frac{B}{x(x+2)}$ ஆக இருக்கத் தக்கதாக A,B என்னும் மாறிலிகளின்

பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து y ஐப் பகுதிப் பின்னமாக்குக.

4. $-\frac{1}{2} \leq \frac{2-x}{2+x}$ என்னும் சமனிலியின் தீர்வுத் தொடையைத் தருக.

[Type text]

5. சமன்பாடு $\text{Sin}x + \text{Cos}x - 2\sqrt{2}\text{Sin}x\text{Cos}x = 0$ ஐத் திருப்தியாக்கும் 0 இற்கும் 2π இற்கும் இடைப்பட்ட x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

6. $y = f(x)$ என்னும் சார்பைக் கருதுக. $f(x) = \frac{\text{Sin}x - 2\text{Sin}^3x}{2\text{Cos}^3x - \text{Cos}x}$ எனத் தரப்படின் $x \neq (4n \pm 1)\frac{\pi}{2}$, $x \neq (4n \pm 1)\frac{\pi}{4}$ இற்கு $f(x) = \text{Tan}x$ எனக் காட்டுக. மேலும் f ஆனது 1 - 1 ஆன சார்பு எனின் $y = f^{-1}(x)$ இன் பரும்படி வரைபைத் தருக.

பகுதி-B

1. (a). $f(x) = x^4 - bx^3 - 2x^2 - 2(b+2)x + a$ எனக் கொள்வோம். இங்கு a, b ஆகியன மெய் மாறிலிகள். $(x+2)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனவும் $f(x)$ ஆனது ஓர் இருபடிக் கோவையின் ஒரு பூரண வர்க்கம் எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றையும் $f(x)$ இன் எல்லாக் காரணிகளையும் காண்க.

(b). $a \neq 0, b$ ஆகியன மெய் மாறிலிகள் எனக் கொள்வோம். இருபடிச் சமன்பாடு $a^2(x^2 + 5bx + 4b^2) = 1$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையும் ஆகுமெனக் காட்டுக.

இப்போது $a > 0, \alpha + \beta = 5, \alpha^2 + \beta^2 = 23$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

α, β ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களை **உய்த்தறிக**.

2. (a) $x \neq -4, 3$ இற்கு $f(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+4)}$ எனக் கொள்வோம்.
 $x \neq -4, 3$ இற்கு $f(x)$ இன் பெறுதி $f^{-1}(x)$ ஆனது

$$f^{-1}(x) = \frac{-10(2x+1)}{(x-3)^2(x+4)^2} \text{ இனால் தரப்படுகின்றது எனக்காட்டுக.}$$

அணுகு கோடுகளையும், திரும்பற்புள்ளிகளையும் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

வரைபைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடு

$$k(x-3)(x+4) = (x-1)(x+2) \text{ செப்பமாக இரண்டு மெய்மூலங்களைக்}$$

கொண்டிருக்கத்தக்கதாக $k \in R$ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) உணவு விநியோகிக்கும் திறந்த பெட்டியானது 18cm நீளமும், 12cm அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வக அட்டைத்தாளிலிருந்து ஒவ்வொரு முலைகளிலும் x cm பக்க நீளங்களைக் கொண்ட சதுரங்களை வெட்டி அகற்றுவதன் மூலம் மடிக்கப்பட்டு உருவாக்கப்படுகின்றது. பெட்டியின் கனவளவு $V \text{ cm}^3$ எனின்

$V = 4x(9-x)(6-x)$ எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து பெட்டியின் இழிவுக் கனவளவைக் காண்க.

3. a) i) $\sin(A+B), \cos(A+B)$ இன் விரிவுகளை எழுதுக.
ii) $\cos 2x, \cos 3x$ ஐ $\cos x$ இல் அமைந்த கோவையாகப் பெறுக.
iii) $\cos 2x \cdot \cos 3x$ ஐ கருதி
 $\cos 5x = 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x$ எனக்காட்டுக.
iv) $\sin^2 x \cdot \sin^3 x = \sin^5 x$ ஐ கருதி
 $\sin^5 x = \frac{1}{16} [\sin 5x - 5\sin 3x + 10\sin x]$ எனக்காட்டுக.
v) $\sin^7 x = a\sin 7x + b\sin 5x + c\sin 3x + d\sin x$ ஆகுமாறு a, b, c, d இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

[Type text]

b) ΔABC இல் கோசன் விதியைக் கூறுக.

ΔABC இல் BC, CA, AB இன் நீளங்கள் $a, a + d, a + 2d$ ஆகும்.

$\cos C = \frac{1}{2} - \frac{3d}{2a}$ எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து $\frac{2\pi}{3} < C < \pi$ எனின் $\frac{d}{a}$ இன்

தொடைப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

c) $\cos(2\sin^{-1}x) = \frac{1}{2}$ இன் தீர்வைத் காண்க.